



کاربرد ریاضیات در

مهندسی شیمی، مهندسی پلیمر، مهندسی نساجی، مهندسی متالورژی
به انضمام سؤالات آزمون ورودی کارشناسی ارشد

تألیف:

دکتر مهدی رفیع زاده

استاد دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)

پاییز ۱۴۰۰

سرشناسه	رفیغزاده، مهدی، ۱۳۴۵-
عنوان و نام پدیدآور	کاربرد ریاضیات در مهندسی شیمی، مهندسی نساجی، مهندسی پلیمر، مهندسی متالورژی: به انضمام سؤالات آزمون ورودی کارشناسی ارشد / تألیف مهدی رفیغ-زاده.
مشخصات نشر	تهران: دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)، ۱۳۸۲.
مشخصات ظاهری	۳۶۸ ص.: مصور، جدول، نمودار.
شابک	۹۷۸-۹۶۴-۴۶۳-۱۶۴-۱
وضعیت فهرست‌نویسی	فیبا
یادداشت	M. Rafizadeh. Applied in chemical, polymer, textile, and metallurgical engineering
یادداشت	صفحه عنوان به انگلیسی: : کتابنامه.
موضوع	مهندسی شیمی - راهنمای آموزشی (عالی).
موضوع	ریاضیات - مسائل، تمرین‌ها و غیره (عالی).
موضوع	دانشگاه‌ها و مدارس عالی - ایران - آزمون‌ها.
شناسه افزوده	دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران). مرکز نشر.
شناسه افزوده	Amirkabir University of Technology (Tehran Polytechnic). Publishing Center.
رده‌بندی کنگره	QD ۳۹/۳/۹۷ ۱۳۸۲
رده‌بندی دیویی	۵۱۰/۷۶
شماره کتابشناسی ملی	۸۲-۴۴۸۲



انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

عنوان کتاب	کاربرد ریاضیات در مهندسی شیمی، مهندسی نساجی، مهندسی پلیمر، مهندسی متالورژی: به انضمام سؤالات آزمون ورودی کارشناسی ارشد
تألیف	مهدی رفیغزاده
ناشر	انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)
لیتوگرافی، چاپ و صحافی	انتشارات دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران)
چاپ هشتم	پاییز ۱۴۰۰
قیمت	۱۲۰۰۰۰ تومان
تیراژ	۳۰۰
شابک	۹۷۸-۹۶۴-۴۶۳-۱۶۴-۱
	ISBN : 978-964-463-164-1

آدرس مرکز پخش: خیابان ولیعصر، روبروی خیابان بزرگمهر، فروشگاه کتاب مرکز نشر

دانشگاه صنعتی امیرکبیر (پلی تکنیک تهران) - تلفن: ۶۶۴۹۸۸۶۸

وبسایت: <http://publication.aut.ac.ir>

حق چاپ برای ناشر محفوظ است.

فهرست مطالب

پیشگفتار xi

فهرست علائم xiii

فصل اول - اصول فرمولبندی و مدل سازی فرآیندها

۱-۱- مقدمه ۱

۲-۱- روش های مدل سازی ۲

۱-۲-۱- روش تئوری یا پایه ۳

۲-۲-۱- روش تجربی ۴

۳-۲-۱- روش نیمه تجربی ۴

۴-۲-۱- روش تشابه ۵

۳-۱- مراحل مدل سازی ۵

۴-۱- پدیده های انتقال ۲۲

۱-۴-۱- معادلات انتگرالی قانون های بقا ۲۳

۲-۴-۱- معادلات دیفرانسیلی قوانین بقا ۲۸

۵-۱- خلاصه ۴۵

۶-۱- مسائل ۴۶

فصل دوم- معادلات دیفرانسیل معمولی

۱-۲- مقدمه ۵۱

۲-۲- مفاهیم اساسی ۵۱

۳-۲- معادلات دیفرانسیل مرتبه اول ۵۳

۱-۳-۲- معادلات دیفرانسیل تفکیک پذیر ۵۳

۵۶.....	۲-۳-۲- نرم افزار MATLAB
۵۷.....	۳-۳-۲- معادله دیفرانسیل قابل تبدیل به تفکیک پذیر
۵۷.....	۴-۳-۲- معادلات دیفرانسیل کامل
۵۹.....	۵-۳-۲- معادله دیفرانسیل مرتبه اول خطی
۶۱.....	۶-۳-۲- معادله برنولی
۶۱.....	۴-۲- معادلات دیفرانسیل مرتبه دوم خطی
۶۲.....	۱-۴-۲- معادله دیفرانسیل مرتبه دوم تفکیک پذیر
۶۵.....	۲-۴-۲- معادله مرتبه دوم خطی همگن با ضرائب ثابت
۶۸.....	۳-۴-۲- معادله کوشی-اولر
۷۱.....	۵-۲- معادله دیفرانسیل مرتبه دوم خطی غیر همگن با ضرائب ثابت
۷۳.....	۶-۲- معادلات دیفرانسیل غیر خطی
۷۴.....	۷-۲- معادلات دیفرانسیل مرتبه n ام خطی
۷۶.....	۸-۲- دستگاه معادلات دیفرانسیل خطی
۷۸.....	۹-۲- روش سری توانی در حل معادلات دیفرانسیل
۷۹.....	۱-۹-۲- معادله لژاندر
۸۲.....	۲-۹-۲- روش فربنیوس
۸۴.....	۳-۹-۲- معادله بسل معمولی
۸۶.....	۴-۹-۲- معادله بسل بهبود یافته
۸۸.....	۵-۹-۲- خواص توابع بسل
۹۱.....	۶-۹-۲- شکل عمومی معادله بسل
۱۰۰.....	۱۰-۲- خلاصه
۱۰۰.....	۱۲-۲- مسائل

فصل سوم - روش تبدیل لاپلاس

۱۰۹.....	۱-۳- مقدمه
۱۱۰.....	۲-۳- مفاهیم اساسی

۳-۳- تبدیل لاپلاس مشتق و انتگرال یک تابع	۱۱۱
۳-۴- انتقال روی محور S و محور t	۱۱۳
۳-۵- حل معادلات دیفرانسیل با تبدیل لاپلاس	۱۱۴
۳-۶- معکوس تبدیل لاپلاس	۱۱۵
۳-۶-۱- کسرهای جزئی	۱۱۷
۳-۶-۲- روش هم‌ارزی طرفین	۱۱۸
۳-۶-۳- روش جایگذاری	۱۱۹
۳-۶-۴- روش هویساید	۱۲۰
۳-۶-۵- وجود ریشه‌های موهومی	۱۲۱
۳-۶-۶- ریشه‌های مکرر	۱۲۴
۳-۷- قضیه پیچش	۱۲۵
۳-۸- مشتق و انتگرال تبدیل لاپلاس	۱۲۶
۳-۹- استفاده از تبدیل لاپلاس در حل مسائل مهندسی	۱۲۸
۳-۱۰- توابع با پیوستگی مقطعی	۱۳۱
۳-۱۰-۱- تابع ایمپالس یا دلتا دیراک	۱۳۴
۳-۱۱- استفاده از پاسخ زمان در سیالات ویسکوالاستیک	۱۳۴
۳-۱۲- دستگاه معادلات دیفرانسیل	۱۳۵
۳-۱۳- خلاصه	۱۴۰
۳-۱۴- مسائل	۱۴۰

فصل چهارم - معادلات دیفرانسیل جزئی

۴-۱- مقدمه	۱۴۵
۴-۲- طبقه‌بندی معادلات دیفرانسیل جزئی	۱۴۶
۴-۳- انواع شرایط مرزی	۱۴۷
۴-۴- حل معادلات دیفرانسیل جزئی	۱۴۹
۴-۵- روش تفکیک متغیرها	۱۴۹

۱۵۴.....	۴-۵-۱- توابع متعامد
۱۵۵.....	۴-۵-۲- سری فوریه
۱۵۶.....	۴-۵-۳- معادله اشتورم- لیوویل
۱۶۱.....	۴-۵-۴- مسائل غیرهمگن
۱۷۶.....	۴-۵-۵- روش تفکیک متغیرها برای معادلات بیضی
۱۸۳.....	۴-۶- روش ترکیب متغیرها
۱۹۰.....	۴-۷- روش تبدیل لاپلاس
۱۹۶.....	۴-۸- خلاصه
۱۹۷.....	۴-۹- مسائل

فصل پنجم- ماتریس ها و دترمینان ها

۲۰۵.....	۵-۱- مقدمه
۲۰۶.....	۵-۲- مفاهیم اساسی و انواع ماتریس ها
۲۰۹.....	۵-۳- جبر ماتریس ها
۲۱۱.....	۵-۴- دترمینان
۲۱۲.....	۵-۵- رتبه ماتریس
۲۱۳.....	۵-۶- معکوس ماتریس
۲۱۴.....	۵-۷- دستگاه معادلات خطی
۲۱۴.....	۵-۷-۱- روش کرامر
۲۱۵.....	۵-۷-۲- روش حذف گوس
۲۱۶.....	۵-۷-۳- روش حذف گوس-جردن
۲۱۸.....	۵-۷-۴- روش معکوس ماتریس
۲۱۸.....	۵-۷-۵- دستگاه معادلات با ماتریس ضرائب سه قطری
۲۱۹.....	۵-۸- تفکیک LU
۲۲۰.....	۵-۹- وضعیت مسئله
۲۲۰.....	۵-۹-۱- نورم ماتریس

۲۲۱.....	۱۰-۵- مقدارهای مشخصه و بردارهای مشخصه ماتریس
۲۲۳.....	۱۱-۵- دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی
۲۲۷.....	۱۲-۵- خلاصه
۲۲۷.....	۱۳-۵- مسائل

فصل ششم- روشهای عددی: حل معادلات جبری، برازش منحنی و انتگرال گیری

۲۳۱.....	۱-۶- مقدمه
۲۳۱.....	۲-۶- خطا محاسبات
۲۳۲.....	۳-۶- حل معادلات جبری منفرد
۲۳۳.....	۳-۶-۱- روش تکرار
۲۳۵.....	۳-۶-۲- همگرایی روش تکرار
۲۳۷.....	۳-۶-۳- روش وگشتاین
۲۳۸.....	۳-۶-۴- روش نیوتن
۲۴۴.....	۳-۶-۵- روش سکانت
۲۴۶.....	۳-۶-۶- روش نابجائی یا نقطه ثابت
۲۴۷.....	۳-۶-۷- روش تنصیف
۲۴۸.....	۳-۶-۸- روشهای فاصله باز و فاصله بسته
۲۴۸.....	۳-۶-۹- روش پیرستا برای ریشههای موهومی
۲۵۰.....	۴-۶- حل دستگاه معادلات جبری
۲۵۰.....	۴-۶-۱- روش تکرار ژاکوبی
۲۵۴.....	۴-۶-۲- روش تکرار گاوس- سایدل
۲۵۵.....	۴-۶-۳- روش تکرار آسودگی
۲۵۶.....	۴-۶-۴- روش نیوتن-رافسون
۲۵۸.....	۵-۶- برازش منحنی
۲۵۹.....	۵-۶-۱- درونیابی
۲۶۰.....	۵-۶-۲- تفاضلهای محدود

۲۶۲.....	۳-۵-۶- تخمین خطای تفاضل‌های محدود
۲۶۴.....	۴-۵-۶- فرمول‌های درونیابی نیوتن-گریگوری
۲۶۵.....	۵-۵-۶- ضریب رگراسیون
۲۶۹.....	۶-۵-۶- درونیابی داده‌ها با فواصل نامساوی
۲۷۰.....	۷-۵-۶- روش حداقل مربعات
۲۷۴.....	۶-۶- مشتق‌گیری عددی
۲۷۵.....	۷-۶- انتگرال‌گیری عددی
۲۷۶.....	۱-۷-۶- روش مستطیلی
۲۷۷.....	۲-۷-۶- روش ذوزنقه
۲۷۸.....	۳-۷-۶- روش سیمسون $\frac{1}{3}$
۲۸۱.....	۸-۶- خلاصه
۲۸۱.....	۹-۶- مسائل

فصل هفتم - حل عددی معادلات دیفرانسیل معمولی

۲۹۱.....	۱-۷- مقدمه
۲۹۱.....	۲-۷- دسته‌بندی معادلات دیفرانسیل
۲۹۲.....	۳-۷- حل عددی مسائل مقدار اولیه
۲۹۲.....	۴-۷- روش‌های یک گامی حل مسائل مقدار اولیه
۲۹۲.....	۱-۴-۷- روش اولر
۲۹۷.....	۲-۴-۷- بررسی خطای محاسباتی
۳۰۲.....	۳-۴-۷- روش اولر بهبود یافته
۳۰۵.....	۴-۴-۷- روش رانگ-کاتا
۳۰۷.....	۵-۷- روش‌های چندگامی حل مسائل مقدار اولیه
۳۱۱.....	۶-۷- معادلات دیفرانسیل مرتبه بالاتر و دستگاه معادلات دیفرانسیل
۳۱۷.....	۱-۶-۷- معادلات دیفرانسیل سخت
۳۲۵.....	۷-۷- حل عددی مسائل مقدار مرزی

۳۲۵.....	۱-۷-۷- روش پرتابی
۳۲۸.....	۲-۷-۷- روش تفاصل‌های محدود
۳۳۶.....	۸-۷- خلاصه
۳۳۶.....	۹-۷- مسائل

فصل هشتم- حل عددی معادلات دیفرانسیل جزئی

۳۴۱.....	۱-۸- مقدمه
۳۴۲.....	۲-۸- شبکه‌بندی فضای محاسباتی
۳۴۲.....	۳-۸- تقریب مشتق‌ها
۳۴۴.....	۴-۸- حل عددی معادلات دیفرانسیل جزئی سهمی
۳۴۴.....	۱-۴-۸- روش صریح
۳۴۸.....	۲-۴-۸- روش ضمنی
۳۵۰.....	۳-۴-۸- روش کرانک- نیکلسون
۳۵۹.....	۴-۴-۸- معادلات دیفرانسیل غیرخطی
۳۶۲.....	۵-۸- معادلات دیفرانسیل جزئی بیضی
۳۶۹.....	۶-۸- دستگاه معادلات دیفرانسیل جزئی
۳۸۳.....	۷-۸- انواع شرایط مرزی
۳۸۳.....	۸-۸- خلاصه
۳۸۴.....	۹-۸- مسائل

۳۸۷.....	مراجع
----------	-------

ضمیمه الف - قوانین دیفرانسیلی بقاء

۳۹۱.....	الف-۱- مقدمه
۳۹۱.....	الف-۲- قانون بقای جرم
۳۹۳.....	الف-۳- قانون بقای ممنت

الف-۴- قانون بقای انرژی ۳۹۵

ضمیمه ب - جدول تبدیل لاپلاس

ب-۱- مقدمه ۳۹۷

ب-۲- روابط مثلثاتی ۳۹۷

ب-۳- تبدیل لاپلاس ۳۹۷

ضمیمه ج - مقدمات MATLAB

ج-۱- مقدمه ۴۰۳

ج-۲- وارد کردن داده ۴۰۴

ج-۳- دستورهای ساده ریاضی ۴۰۵

ج-۴- فضای کاری MATLAB ۴۰۶

ج-۵- ضبط کردن و خواندن مجدد داده‌ها ۴۰۶

ج-۶- فرمت نمایش اعداد ۴۰۷

ج-۷- قواعد نام‌گذاری ۴۰۷

ج-۸- ملاحظات و علائم ۴۰۹

ج-۹- اعداد موهومی ۴۰۹

ج-۱۰- توابع ریاضی ۴۰۹

ج-۱۱- فایل Script ۴۱۱

ج-۱۲- مدیریت فایل ۴۱۱

ج-۱۳- دستورهای کنترل صفحه ۴۱۲

ج-۱۴- فرمان‌های کمک ۴۱۳

ج-۱۵- آرایه‌ها ۴۱۴

ج-۱۶- جبر ماتریس‌ها ۴۱۴

ج-۱۷- توابع ماتریس‌ها ۴۱۷

ج-۱۸- عملیات نسبی و منطقی ۴۱۹

ج- ۱۹- جمله	۴۲۲
ج- ۲۰- دستورهای کنترل جریان	۴۲۳
ج- ۲۱- ساختار فایل‌های M-.....	۴۲۴
ج- ۲۲- ترسیم	۴۲۵
ج- ۲۳- توابع تحلیل داده‌ها	۴۲۷
ج- ۲۴- اعمال چند جمله‌ای‌ها	۴۲۸
ج- ۲۵- تطبیق منحنی و درون‌یابی	۴۲۸
ج- ۲۶- آنالیز عددی	۴۲۹
ج- ۲۶-۱- دستور fplot	۴۲۹
ج- ۲۶-۲- می‌نیم‌یابی	۴۳۰
ج- ۲۶-۳- ریشه‌یابی	۴۳۰
ج- ۲۶-۴- انتگرال‌گیری	۴۳۰

ضمیمه د - مدل‌سازی پلیمریزاسیون محلولی متیل متاکریلات در رآکتور ناپیوسته

د- ۱- مقدمه	۴۳۱
د- ۲- سینتیک پلیمریزاسیون محلولی متیل متاکریلات	۴۳۱
د- ۳- موازنه‌های اندازه جمعیت برای رآکتور ناپیوسته	۴۳۱
د- ۴- معادلات حاکمه	۴۳۷
د- ۵- شرایط مرزی	۴۳۸
د- ۶- برنامه حل معادلات	۴۴۰

نمایه	۴۴۹
-------------	-----



به نام خداوند خورشید و ماه که دل را به ناله خرد و آواره

جز او را مدان کردگار پسر فروزنده‌ی ماه و ناپید و مهر

به دانش کرامی و بدو شو بلند چو خواهی که از بدنیابی گزند

ز دانش در بی نیازی بجوی و گر چند سختیت آید به روی

ز نادان بنالد دل سنگ و کوه ازیرا ندارد بر کس شکوه

توانا بود هر که دانا بود ز دانش دل پیر برنا بود

حکیم فردوسی

پیش‌گفتار ویرایش دوم

اولین ویرایش کتاب کاربرد ریاضیات در مهندسی شیمی و پلیمر در سال ۱۳۷۹ چاپ و توزیع گردید. در آن زمان این اولین کتاب در نوع خود بود که با هدف استفاده بعنوان کتاب درسی انتشار یافت. اگرچه، پس از آن مولفین چندی کتاب‌های بسیار خوبی ارائه نمودند، اما نیاز به بازنگری در این کتاب بود. لذا، پس از بیش از یک دهه، کتاب فوق‌الذکر با بازنگری کلی کتاب و افزودن مطالب جدید به محضر دانشجویان و علم‌جویان تقدیم می‌شود.

در ویرایش حاضر، اگرچه ساختار کتاب، نظیر تعداد و عناوین فصل‌ها، حفظ شده است، اما مطالب بسیاری با عمق علمی بیشتری به بحث گذاشته شده است.

امیدوارم که این کتاب برای دانشجویان رشته‌های مهندسی پلیمر، شیمی، نساجی و ... مفید واقع گردد.

این کتاب برای اهداف آموزشی طراحی شده است. سعی شده که مسائل ارائه شده علاوه بر آنکه گستره درس‌های دیگر مهندسی را در بر بگیرد، ارزش کاربردی نیز داشته باشند.

از تمامی خوانندگان محترم خواهشمندم که نویسنده را با نظرات علمی و عمومی خود یاری دهند. باشد که این مجموعه کاملتر گردد. در صورت تمایل می‌توانید نکات و یا تقاضای برنامه‌های کتاب را به ایمیل mehdi@aut.ac.ir ارسال فرمائید.

مهدی رفیع‌زاده

تابستان ۱۳۹۲

فهرست علائم

i	بردار یکه جهت x و r
I	غلظت شروع کننده، تابع بسل نوع سوم
$\mathbf{I}$	ماتریس یکه (واحد)
I_2	اینورینت دوم
j	بردار یکه جهت y و θ
J	فلاکس انتقال جرم، تابع بسل نوع اول
$\mathbf{J}$	ماتریس ژاکوبین
k	ضریب هدایت پذیری، ثابت سرعت واکنش
$\mathbf{k}$	بردار یکه جهت z و φ
K	ویسکوزیته در سرعت برشی یک، تابع بسل نوع چهارم
K_i	ضریب انتقال جرم فیلمی
$\lim$	حد
L	طول
m	جرم، شمارنده
$\dot{m}$	دبی جرمی
M	جرم، غلظت مونومر، جرم مولکولی
n	شمارنده، شاخص توانی
N	تعداد مول
Nu	عدد بی بعد ناسلت
p	فشار، متغیر تبدیل لاپلاس، پارامتر

a	شتاب
A	سطح مقطع، غلظت جزء A
B	غلظت جزء B
Bi	عدد بی بعد بایوت
C	غلظت
C_p	ظرفیت گرمایی
C_v	ثابت شیر
$\det$	دترمینان ماتریس
D	قطر، ضریب نفوذ جرمی، اپراتور d/dt
e	سرعت انتقال انرژی، عدد نپر برابر ۲.۷۱، خطا
E	انرژی، انرژی فعال سازی
erf	تابع خطا
f	ضریب اصطکاک، تابع، فوگاسیته
F	نیرو، دبی مولی
g	شتاب جاذبه، تابع
h	ارتفاع، ضریب انتقال گرمای جابجائی، افت ارتفاع ناشی از اتلاف
H	ارتفاع انحرافی
H_r	گرمای واکنش
i	شمارنده، یکه موهومی

$\mathbf{v}$	بردار سرعت
V	حجم
$\mathbf{V}$	بردار مشخصه
W	طول پهنای
x	متغیر مستقل مکانی، میزان تبدیل،
y	متغیر مستقل مکانی، متغیر تابع
Y	تابع بسل نوع دوم
z	متغیر مستقل مکانی
Z	یکی از توابع بسل چهارگانه
حروف یونانی	
α	نفوذپذیری گرمایی، ضریب تصحیح انرژی جنبشی
δ	ضخامت، تفاضل مرکزی، تابع ایمپالس (دلتا)، فاصله نفوذ
Δ	تغییرات، تفاضل پیشرو
∇	تفاضل پسرو
ε	ضریب تغییر حجم، کسر حجمی، کرنش
κ	نسبت شعاع‌ها
λ	پارامتر، مقدار مشخصه، ممان رادیکال، ضریب آسایش، طول موج
η	ویسکوزیته سیال غیرنیوتونی، راندمان، متغیر ترکیبی
ρ	دانسیته
φ	تابع متعامد
π	عدد پی برابر ۳.۱۴

p	تابع لژاندر، غلظت پلیمر، چندجمله‌ای
Pe	عدد بی بعد پکله
Pr	عدد بی بعد پرائنتل
q	دبی حجمی، شدت انتقال گرما
$\dot{q}$	شدت تولید گرما در حجم
$\bar{q}$	انرژی ورودی
q_i	شدت یا فلاکس انتقال گرمای هدایتی در جهت i
Q	دبی انحرافی، شدت تشعشع
r	متغیر مستقل مکانی، ریشه معادله
R	شعاع، سرعت واکنش، باقیمانده، شعاع همگرایی، ثابت عمومی گازها
R^2	ضریب رگرسیون
R_i	سرعت واکنش جزء i ام
Re	عدد بی بعد رینولدز
s	متغیر تبدیل لاپلاس
S	جمع مربعات خطا
Sr	ضریب سختی
t	زمان
T	دما
T_∞	دمای محیط
u	متغیر تابع، تغییر متغیر، تابع پله (هویساید)، تابع چندمتغیره
u''	تولید انرژی
U	ضریب کلی انتقال گرما
v_i	مولفه سرعت در جهت i